

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Esame di Statistica applicata

1) *In un sacchetto ci sono 12 palline bianche e 4 palline nere. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline nere in 5 estrazioni:*

A) *con reinserimento (estrazione sequenziale)*

B) *senza reinserimento (tutte le palline vengono estratte con la medesima presa)*

SOLUZIONE A

Con reinserimento la probabilità è sempre la stessa quindi la probabilità di estrarre NNNBB è uguale alla probabilità di NBNNB.

La probabilità di estrarre una pallina bianca (o nera) alla generica estrazione è :

$$12/16 \text{ (o } 4/16)$$

Quindi la probabilità di estrarre NNNBB oppure NBNNB è pari a :

$$\frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{12}{16} \frac{12}{16} = \frac{9}{4^5} = 0.008789$$

I modi diversi in cui si possono estrarre tre palline nere sono le combinazioni di tre oggetti scelti da 5 (le tre posizioni scelte su 5 posti) cioè 10, la soluzione cioè la probabilità di scegliere esattamente 3 palline in 5 estrazioni è quindi uguale a :

$$10 * \frac{9}{4^5} = 0.08789.$$

Analogamente la probabilità di estrarre 4 palline nere in 5 estrazioni sarà dove si è moltiplicato per le combinazioni di 4 oggetti scelti da 5 :

$$5 * \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{12}{16} = 0.014648.$$

Infine la probabilità di estrarre 5 palline nere sarà:

$$\frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} \frac{4}{16} = 0.0009765 .$$

La probabilità di estrarre almeno 3 palline nere sarà la somma cioè :

$$0.08789 + 0.014648 + 0.0009765 = 0.1035$$

SOLUZIONE B

Con 4 palline nere senza reinserimento si possono avere 3 o 4 palline nere.

La probabilità di averne 3 è pari a tutti i modi in cui posso avere 3 palline nere da 4 moltiplicato tutti i modi in cui posso avere 2 palline bianche da 12 diviso tutti i modi in cui posso avere 5 palline totali da 16 cioè:

$$C(4,3) * C(12,2) / C(16,5) = 4 * 66 / 4368 = 0.060439.$$

La probabilità di averne 4 è pari a tutti i modi in cui posso avere 4 palline nere da 4 moltiplicato tutti i modi in cui posso avere 1 pallina bianca da 12 diviso tutti i modi in cui posso avere 5 palline totali da 16 cioè:

$$C(4,4) * C(12,1) / C(16,5) = 1 * 12 / 4368 = 0.002747$$

La probabilità cercata è : $0.060439 + 0.002747 = 0.063186$

2) La classe A ha 10 maschi e 6 femmine, la classe B ha 6 maschi e 8 femmine. Viene tirata una moneta e scelta a caso una delle due classi quindi vengono scelti a caso nella classe estratta tre studenti che risultano essere tutti e tre maschi.

Qual è la probabilità che gli studenti provengano dalla classe A?

Soluzione

La probabilità cercata è la probabilità condizionata di aver scelto la classe A sapendo che sono stati estratti tre maschi.

Quindi dato che la probabilità di avere tre maschi dalla classe A avendo scelto la classe A è dato da:

$$C(10,3) / C(16,3) = 120 / 560 = P(A \cap 3/A) = P(3/A) = 0.214285$$

La probabilità di avere tre maschi dalla classe A è la metà, cioè:

$$P(A \cap 3) = 0.5 * 120 / 560$$

Mentre invece la probabilità di aver scelto tre maschi dalla classe B avendo scelto la classe B è dato da:

$$C(6,3) / C(14,3) = 20 / 364 = P(B \cap 3/B) = P(3/B) = 0.0549$$

La probabilità di avere tre maschi dalla classe B è la metà, cioè:

$$P(B \cap 3) = 0.5 * 20 / 364$$

La probabilità cercata è:

$$P(A/3) = P(A \cap 3) / P(3) = \frac{0.5 * 120 / 560}{P(A \cap 3) + P(B \cap 3)} = \frac{0.5 * 120 / 560}{(0.5 * 120 / 560) + (0.5 * 20 / 364)}$$

=

$$\frac{120 / 560}{(120 / 560) + (20 / 364)}$$

cioè:

$$P(A/3) = P(A \cap 3) / P(3) = \frac{P(3/A)}{P(3/A) + P(3/B)} = \frac{120 / 560}{(120 / 560) + (20 / 364)} = 0.7959$$

3) Una giunta comunale è formata da 9 persone 7 uomini e 2 donne.

A) In quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?

B) Quante commissioni conterranno almeno una donna?

C) Quante commissioni conterranno esattamente una donna?

D) Se sindaco e vicesindaco (facenti parte della giunta comunale) non possono partecipare insieme alla commissione in quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?

Soluzione

A) Si può scegliere una commissione di 4 persone in tanti modi diversi quante sono le combinazioni di 4 oggetti scelti da 9 = $C(9,4)$

B) Si può calcolare come la differenza fra il numero delle commissioni totali meno il numero delle commissioni che contengono solo uomini:

$$C(9,4) - C(7,4) = 126 - 35 = 91$$

Oppure come somma del numero delle commissioni che contengono 1 donna e quelle che contengono 2 donne:

$$C(2,1)*C(7,3)+C(2,2)*C(7,2)= 2 * 35 + 21 = 91$$

C) $C(2,1)*C(7,3) = 70$

D) Si ottiene come somma delle commissioni con il sindaco senza vicesindaco più le commissioni con il vicesindaco senza il sindaco più le commissioni senza entrambi:

$$C(7,3)+C(7,3)+C(7,4) = 35+35+35 = 105$$

1) In un sacchetto ci sono 8 palline bianche e 4 palline nere. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline nere in 5 estrazioni:

- con reinserimento (estrazione sequenziale)
- senza reinserimento (tutte le palline vengono estratte con la medesima presa)

2) La classe A ha 8 maschi e 6 femmine, la classe B ha 5 maschi e 8 femmine. Viene tirata una moneta e scelta a caso una delle due classi quindi vengono scelti a caso nella classe estratta tre studenti che risultano essere tutti e tre maschi.

Qual è la probabilità che gli studenti provengano dalla classe A?

3) Una giunta comunale è formata da 11 persone 9 uomini e 2 donne.

A) In quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?

B) Quante commissioni conterranno almeno una donna?

C) Quante commissioni conterranno esattamente una donna?

D) Se sindaco e vicesindaco (facenti parte della giunta comunale) non possono partecipare insieme alla commissione in quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?

1) In un sacchetto ci sono 12 palline bianche e 4 palline nere. Si calcoli la probabilità di ottenere almeno 3 palline nere in 5 estrazioni:

- con reinserimento (estrazione sequenziale)
- senza reinserimento (tutte le palline vengono estratte con la medesima presa)

2) La classe A ha 12 maschi e 6 femmine, la classe B ha 5 maschi e 8 femmine. Viene tirata una moneta e scelta a caso una delle due classi quindi vengono scelti a caso nella classe estratta tre studenti che risultano essere tutti e tre maschi.

Qual è la probabilità che gli studenti provengano dalla classe A?

3) Una giunta comunale è formata da 12 persone 10 uomini e 2 donne.

A) In quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?

B) Quante commissioni conterranno almeno una donna?

C) Quante commissioni conterranno esattamente una donna?

D) Se sindaco e vicesindaco (facenti parte della giunta comunale) non possono partecipare insieme alla commissione in quanti modi si può scegliere una commissione di 4 persone?