

Laboratorio di Analisi e Progettazione dei Trasporti

ESERCITAZIONE 104

Catene di Markov

QUESITI DEL PROBLEMA

Quesiti:

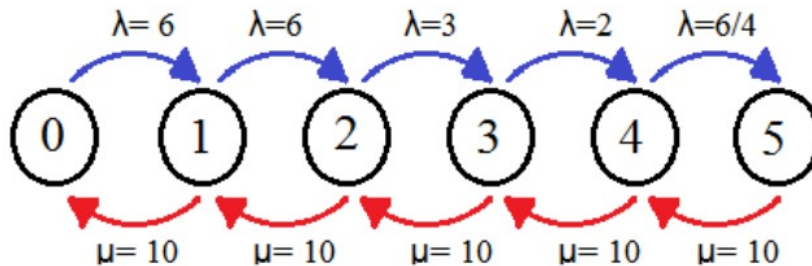
1. Un venditore vende in tre città: **A**, **B** e **C**. Il venditore non vende mai nella stessa città a giorni consecutivi. Se vende nella città **A** allora il giorno dopo vende nella città **B**. Tuttavia se vende in **B** o **C** allora la probabilità che venda il giorno dopo nella città **A** è il triplo della probabilità che venda nell'altra città. A lungo andare con quale frequenza vende in ogni città?

2. Si abbia un sistema di coda con arrivi di Poisson di parametro variabile nel seguente modo:

$$\lambda_{n=0} = \lambda = 6 \text{ arrivi al minuto}$$

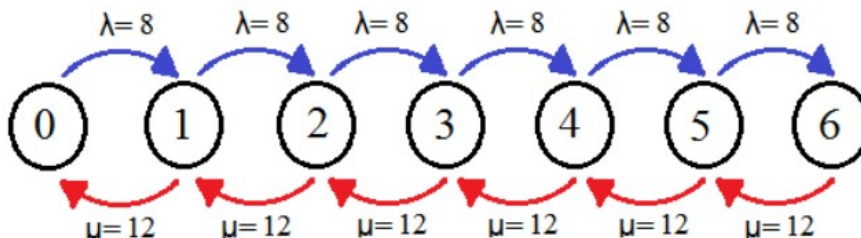
$$\lambda_{n \neq 0} = \frac{\lambda}{n} = \frac{6}{n} \text{ arrivi al minuto}$$

I tempi di servizio sono invece distribuiti secondo una legge esponenziale negativa di parametro $\mu=10$ (capacità servizi al minuto). Il diagramma di stato è il seguente:



Risolvere il sistema trovando le probabilità per gli stati in condizioni stazionarie e trovare il numero medio di utenti nel sistema. Trovare anche le matrici : Q , Π s e Φ .

3. Le auto arrivano ad un autolavaggio in accordo con una distribuzione di Poisson al ritmo di 8 l'ora. L'autolavaggio è in grado di lavare 12 auto in un'ora.



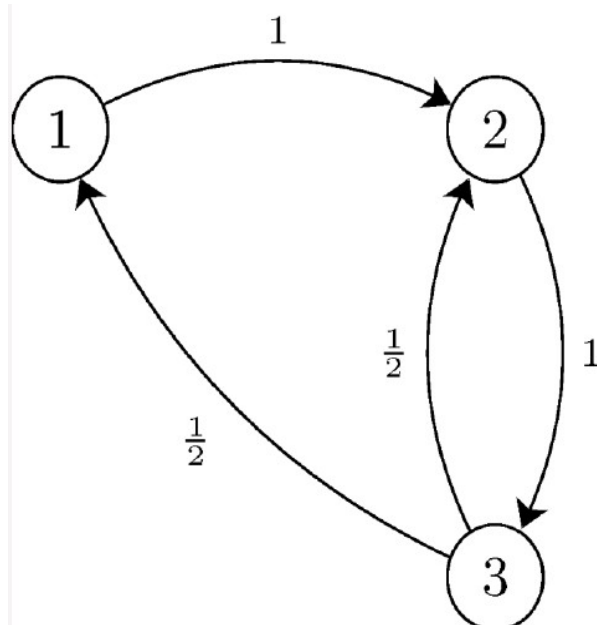
Considerando che l'autolavaggio ha un concorrente dall'altra parte della strada e che ha un piazzale tale da poter ospitare non più di 6 auto nel sistema di lavaggio calcolare le probabilità per il sistema di trovarsi in ognuno dei sette possibili stati. (Gli utenti che arrivano quando il sistema è pieno vengono persi). Trovare anche le matrici : Q , Π , s e Φ .

4. Considerare una catena di Markov a tempo continuo $X(t)$ con la catena mostrata nella figura successiva dove i numeri sugli archi indicano la probabilità del passaggio di stato e dove i parametri lambda dell'esponenziale negativa per i cambi di stato sono:

$$\lambda_1=2$$

$$\lambda_2=1$$

$$\lambda_3=3$$



Calcolare le probabilità stazionarie dei tre stati trovando anche le matrici: Q , Π_s e Φ .