TEST SULLA MEDIA Si ha un campione di 200 gomme provenienti da una popolazione distribuita normalmente avente σ=3250 km, possiamo assumere con un rischio di prima specie pari al 5% che la durata media della popolazione costituita da tutti le gomme di quel tipo sia di 44800 km se la durata media dei campione analizzato è stata di 44500 km?

Innanzi tutto si ha:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3250}{\sqrt{200}} = 230 \text{ km}$$

Si assumono i dati del campione come provenienti da una popolazione normale (o approssimativamente tale) con varianza nota.

L'ipotesi nulla è:

Ho : μ = 44800 km contro l'ipotesi alternativa

HA : μ # 44800 km.

La statistica da testare è:

$$Z = \frac{\bar{X}_{200} - 44800}{\sigma / \sqrt{200}}$$

Si ha α= 5%

Z segue una distribuzione normale e la regione di rifiuto è data da:

$$|Z| > z_{1-\alpha/2} = 1.96$$

Il valore osservato della statistica da testare è:

$$z_{\text{calc}} = \frac{44500 - 44800}{230} = -1.305$$

Dal momento che 1.305 < 1.96 non si può rifiutare l'ipotesi nulla

Ho : μ = 44800 km

TEST SULLA MEDIA I consumi registrati durante 8 prove di un motorino sperimentale sono stati: 14, 12, 11, 13, 15, 12, 16, 13 litri di benzina ogni 100 km di percorrenza.

Possiamo affermare che il consumo medio di benzina per quel tipo di motore sperimentale è inferiore a 12 litri ogni 100 km di percorrenza con un livello di significatività α = 0.01 ?

Dai dati rilevati durante le prove si ha:

$$x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 13.25$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i \quad x)^2 = 2.786 \text{ da cui: } s = 1.67$$

Si assumono i dati del campione come provenienti da una popolazione normale (o approssimativamente tale) con varianza incognita.

L'ipotesi nulla è:

Ho : μ = 12 litri (ogni 100km) contro l'ipotesi alternativa

HA : μ > 12 litri (ogni 100km)

La statistica da testare è:

$$T = \frac{X_8 - 12}{S / \sqrt{8}}$$

Si ha α= 1% e una t di Student con n-1=8-1= 7 gradi di libertà

La regione di rifiuto è data da. T > 2,998

Si ha:

$$t_{\text{calc}} = \frac{13.25 - 12}{1.67 / \sqrt{8}} = 2.117$$

Dal momento che 2.117 <2.998 l'ipotesi nulla Ho : μ = 12 litri (ogni 100km) non può essere rifiutata con un errore di prima specie dell' 1%

TEST SULLA DIFFERENZA DI DUE MEDIE Sono estratti due campioni di numerosità $n_x = 150$ ed $n_y = 100$ ciascuno da popolazioni di pile prodotte da una fabbrica prima e dopo aver introdotto una modifica nel processo produttivo, aventi rispettivamente varianze: $\sigma_x^2 = 0.09$ e $\sigma_y^2 = 0.16$

Se la tensione media rilevata nei campioni è stata di 11.914 V e nel secondo campione è stata di 12.017 V, possiamo affermare con un errore di prima specie $\alpha = 0.05$ che non vi sia stata variazione tra le tensioni medie delle due popolazioni?

Ho : $\mu_x - \mu_y = 0$ contro l'ipotesi alternativa
HA: $\mu_x - \mu_y \# 0$

La regione di rifiuto dell'ipotesi nulla è costituita dai valori:

$$|Z| > z_{1-\alpha/2} = 1.96$$

La statistica da usare è:

$$\boxed{z_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\sigma_x^2/n_x + \sigma_y^2/n_y}}}$$

Dai dati del problema si ricava:

$$z_{\text{calc}} = \frac{11.914 - 12.017}{\sqrt{\frac{0.09}{150} + \frac{0.16}{100}}} = -2.196$$

Dal momento che 2.196>1.96, noi dobbiamo rifiutare l'ipotesi nulla, cioè dobbiamo rifiutare l'ipotesi che non vi sia stata variazione tra le tensioni medie delle due popolazioni al livello di significatività 5%.

Se il quesito fosse stato: possiamo affermare con un rischio $\alpha = 0.05$ che la tensione media delle pile della seconda popolazione (Y) sia di 0.1 V superiore?

Ho : $\mu_x - \mu_y = -0.1$ contro l'ipotesi alternativa
HA: $\mu_x - \mu_y < -0.1$

La statistica da usare in questo caso è:

$$\boxed{z_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\sigma_x^2/n_x + \sigma_y^2/n_y}}}$$

$$z = -0.064$$

La regione di rifiuto dell'ipotesi nulla è data da $z < -1.645$, in quanto $Z_{0.05} = -1.645$. Siccome z non cade nella regione di rifiuto, possiamo accettare, con una probabilità di errore del 5% H0.

Se i due campioni fossero stati prelevati da popolazioni aventi varianze incognite, ma uguali, con significatività $\alpha = 0.05$ n1=7 n2=6 saremmo arrivati alle seguenti diverse conclusioni utilizzando:

$$t_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{(n_x-1)s_x^2 + (n_y-1)s_y^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x+n_y-2)}{n_x+n_y}}$$

si ottiene:

$$t_{\text{calc}} = \frac{11.914 - 12.017}{0.33\sqrt{\frac{1}{7}+\frac{1}{6}}} = -0.56$$

Inoltre: $t_{\alpha/2, n_x+n_y-2} = 2.201$ La regione di accettazione è data da: $-2.201 > t > 2.201$ →Si accetta H0 !!!!

TEST SULLA VARIANZA Considerando il problema delle pile sulla base di un campione, avente:

n=7, $\bar{X}$=11.914 ed s_x^2=0.0981

si può affermare con un rischio α=10% che la varianza vera della popolazione sia minore di 0.09?

Assumendo che la popolazione sia normale

Ho: σ^2=0.09 contro l'ipotesi alternativa

HA: σ^2<0.09

La statistica da usare è

$$\boxed{\frac{(n_x-1)s_x^2}{\sigma_0^2} \approx \chi^2_{n_x-1} = \frac{(7-1)s_x^2}{0.09} = 6.54}$$

α=0.1 La regione di rifiuto è costituita da quei valori di X che sono minori di $\chi^2_{n_x-1,\alpha} = 2.2$ →Si accetta H0!

TEST SULLA DIFFERENZA TRA DUE VARIANZE

Due campioni di numerosità n_x=7 ed n_y=6

s_x^2=0.0981 e s_y^2=0.1216

Si può affermare con α=0.02 che le varianze delle due popolazioni da cui provengono i campioni sono uguali?

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \sigma_x = \sigma_y \\ H_1 &: \sigma_x \neq \sigma_y \end{aligned}\right\}\text{bilaterale}$$

$$\boxed{\frac{s_x^2}{\sigma_x^2}\frac{\sigma_y^2}{s_y^2} \approx F_{n_x-1,n_y-1} = F_{6,5} = 0.807}$$

Con α= 0.02,

si ha: $F_{6,5,0.01} = 1/8.746 = 0.114$ $F_{6,5,0.99} = 10.7$

non possiamo rifiutare l'ipotesi nulla. →Si accetta H0 !!!!